

(I) (II)

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_I(x,t) = A_i e^{i(\omega t - k_1 x)} + A_R e^{i(\omega t + k_1 x)} \\ \psi_{II}(x,t) = A_T e^{i(\omega t - k_2 x)} + A_{RP} e^{i(\omega t + k_2 x)} \end{array} \right.$$

C-c

$$\psi_I(0,t) = \psi_{II}(0,t) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \psi_I(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial \psi_{II}(0,t)}{\partial x} \quad (2)$$

$$\psi_{II}(L,t) = 0 \quad (3)$$

$$(1) \quad \psi_I(0,t) = A_i e^{i\omega t} + A_R e^{i\omega t} = A_T e^{i\omega t} + A_{RP} e^{i\omega t} = \psi_{II}(0,t)$$

$$\boxed{A_i + A_R = A_T + A_{RP}}$$

$$(2) \quad \frac{\partial \psi_I(0,t)}{\partial x} = (-ik_1) A_i e^{i\omega t} + (ik_1) A_R e^{i\omega t} =$$

$$= (-ik_2) A_T e^{i\omega t} + (ik_2) A_{RP} e^{i\omega t} = \frac{\partial \psi_{II}(0,t)}{\partial x}$$

$$\boxed{k_1 (A_R - A_i) = k_2 (A_{RP} - A_T)}$$

$$(3) \quad \psi_{II}(L,t) = 0$$

$$A_T e^{i\omega t} e^{-ik_2 L} + A_{RP} e^{i\omega t} e^{ik_2 L} = 0$$

$$\boxed{A_T = -A_{RP} e^{i2k_2 L}}$$

Llamo a la fase $e^{i2k_2 L} = \Gamma$

③ en ②

$$k_1(A_R - A_i) = k_2(A_{RP} + A_{RP}\sigma) = k_2 A_{RP} (1 + \sigma) \quad \text{①}$$

③ en ①

$$k_1(A_i + A_R) = (-A_{RP}\sigma + A_{RP})k_1 \quad \text{③}$$
$$= k_1 A_{RP} (1 - \sigma)$$

Multiplico x k_1
para sumar ① + ③

① + ③

$$2k_1 A_R = k_2 A_{RP} (1 + \sigma) + k_1 A_{RP} (1 - \sigma)$$

$$2k_1 A_R = A_{RP} [(1 + \sigma)k_2 + (1 - \sigma)k_1] \quad \text{④}$$

① - ③

$$-2k_1 A_i = k_2 A_{RP} (1 + \sigma) - k_1 A_{RP} (1 - \sigma)$$

$$-2k_1 A_i = A_{RP} [k_2 (1 + \sigma) - k_1 (1 - \sigma)] \quad \text{⑤}$$

④
⑤

y defino $R = \frac{A_R}{A_i}$

$$\Rightarrow R = - \frac{[(1 + \sigma)k_2 + (1 - \sigma)k_1]}{[(1 + \sigma)k_2 - (1 - \sigma)k_1]}$$

Calculo $T = \frac{A_T}{A_i}$ y $R_p = \frac{A_{RP}}{A_i}$

de ④ \rightarrow Divido ④ x A_i

$$2k_1 \frac{A_R}{A_i} = \frac{A_{R_P}}{A_i} [(1+\Gamma)k_2 + (1-\Gamma)k_1]$$

Reemplazo $\times R$

$$\frac{-2k_1 [(1+\Gamma)k_2 + (1-\Gamma)k_1]}{[(1+\Gamma)k_2 + (1-\Gamma)k_1] [(1+\Gamma)k_2 - (1-\Gamma)k_1]} = R_P$$

$$\Rightarrow R_P = \frac{-2k_1}{[(1+\Gamma)k_2 - (1-\Gamma)k_1]}$$

y de (3)

$$\frac{A_T}{A_i} = -\frac{A_{R_P}}{A_i} \Gamma$$

$$\Gamma = -R_P \Gamma = \frac{2k_1 \Gamma}{[(1+\Gamma)k_2 - (1-\Gamma)k_1]}$$

Rel de dispersión

$$k_1 = \omega \sqrt{\frac{\rho_1}{T_0}}$$

$$k_2 = \omega \sqrt{\frac{\rho_2}{T_0}}$$

\Rightarrow en R, T y R_P $k_1 = k_1(\rho_1)$, $k_2 = k_2(\rho_2)$

$$\Gamma = e^{i2k_2 L} \text{ con } k_2 = k_2(\rho_2)$$

b) Si $L \rightarrow 0$ corresponde al caso en donde la curvatura S_1 está fija a lo pared.

\Rightarrow debería dar una única onda reflejada a contrafase de A_1

$$\text{Si } L \rightarrow 0 \Rightarrow \Gamma = e^{i2kL} \xrightarrow{L \rightarrow 0} 1$$

$$R = \frac{-\left[(1+\Gamma)k_2 + (1-\Gamma)k_1 \right]}{\left[(1+\Gamma)k_2 - (1-\Gamma)k_1 \right]} \xrightarrow{L \rightarrow 0} \left[R = -\frac{2k_2}{2k_2} = -1 \right]$$

• Si $L \rightarrow \infty$

Corresponde a caso de \downarrow solo descontinuidad, dado por la dif de velocidades (ya que la pared está muy lejos $L \rightarrow \infty$)

\Rightarrow debería recibir los resultados de clase $R = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}$

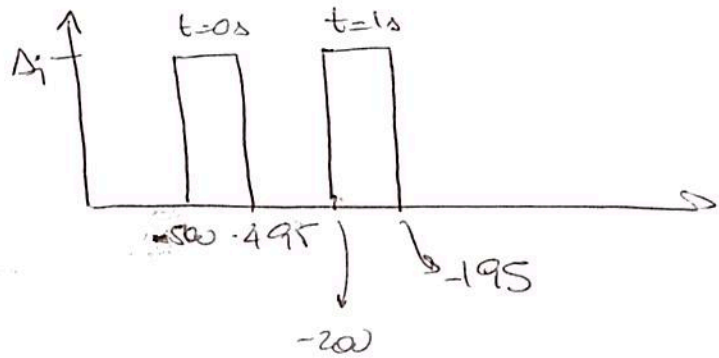
$$\text{Si } L \rightarrow \infty \quad \frac{1}{\Gamma} \xrightarrow{L \rightarrow \infty} 0$$

$$\Rightarrow \left[R = \frac{\cancel{\Gamma} \left[-\left(\frac{1}{\cancel{\Gamma}} + 1\right)k_2 + \left(1 - \frac{1}{\cancel{\Gamma}}\right)k_1 \right]}{\cancel{\Gamma} \left[\left(\frac{1}{\cancel{\Gamma}} + 1\right)k_2 - \left(\frac{1}{\cancel{\Gamma}} - 1\right)k_1 \right]} \right] \rightarrow \frac{-k_2 + k_1}{k_2 + k_1}$$

lo previsto

Calculo la vel del prop en c/avida

Elegi $x_0 = 0$



$$v_f = x_i + v_1 t$$

$$-200 = -500 + v_1 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{v_1 = 300 \text{ m/s}}$$

$$\frac{w}{k_1} = v_1$$

$$w = k_1 v_1$$

y

$$\frac{w}{k_2} = v_2$$

$$w = v_2 k_2$$

$$\Rightarrow k_1 v_1 = k_2 v_2$$

$$\frac{k_1}{k_2} \cdot 300 \frac{\text{m}}{\text{s}} = v_2$$

$$\frac{\sqrt{\frac{\rho_1}{\mu}}}{\sqrt{\frac{\rho_2}{\mu}}}$$

$$300 \frac{\text{m}}{\text{s}} = v_2 \Rightarrow \text{Si } \rho_1 = \frac{\rho_2}{4}$$

$$\downarrow$$

$$300 \frac{\text{m}}{\text{s}} \frac{\sqrt{\rho_2/2}}{\sqrt{\rho_2}} = \boxed{150 \frac{\text{m}}{\text{s}} = v_2}$$

d) Grafique $\varphi(x, 3s)$ si $\rho_1 = \rho_2/4$ y $L \rightarrow \infty$

$$\Rightarrow T = \frac{2k_1}{k_1 + k_2} = \frac{2\sqrt{\rho_1}}{\sqrt{\rho_1} + \sqrt{\rho_2}} \quad \text{y} \quad R = \frac{\sqrt{\rho_1} - \sqrt{\rho_2}}{\sqrt{\rho_1} + \sqrt{\rho_2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{\rho_2/4}}{\sqrt{\rho_2/4} + \sqrt{\rho_2}} = \frac{1}{\frac{1}{2} + 1}$$

$$R = \frac{\sqrt{\rho_2/4} - \sqrt{\rho_2}}{\sqrt{\rho_2/4} + \sqrt{\rho_2}}$$

$$T = 2/3$$

$$R = \frac{-1/2}{3/2} = -\frac{1}{3}$$

↑

↑

Amplitudes Relativas
de Onda.

En qué tiempo y posición se encuentran estos pulsos?

¿Cuándo llega A1 a la discontinuidad?

Flecho Derecho $0 = -495 + v_1 t_1$

$$t_1 = 1,65 \text{ s}$$

Flecho Izq $0 = -500 + v_1 t_2$

$$0 = -500 + v_1 t_2$$

$$t_2 = 1,60 \text{ s}$$

Todo el pulso
ya llegó a la
discontinuidad

R a $t = 3 \text{ seg}$

$$x_f = x_i + v_1 t$$

$$= 0 - 300 \frac{\text{m}}{\text{s}} (3 - 1,66)$$

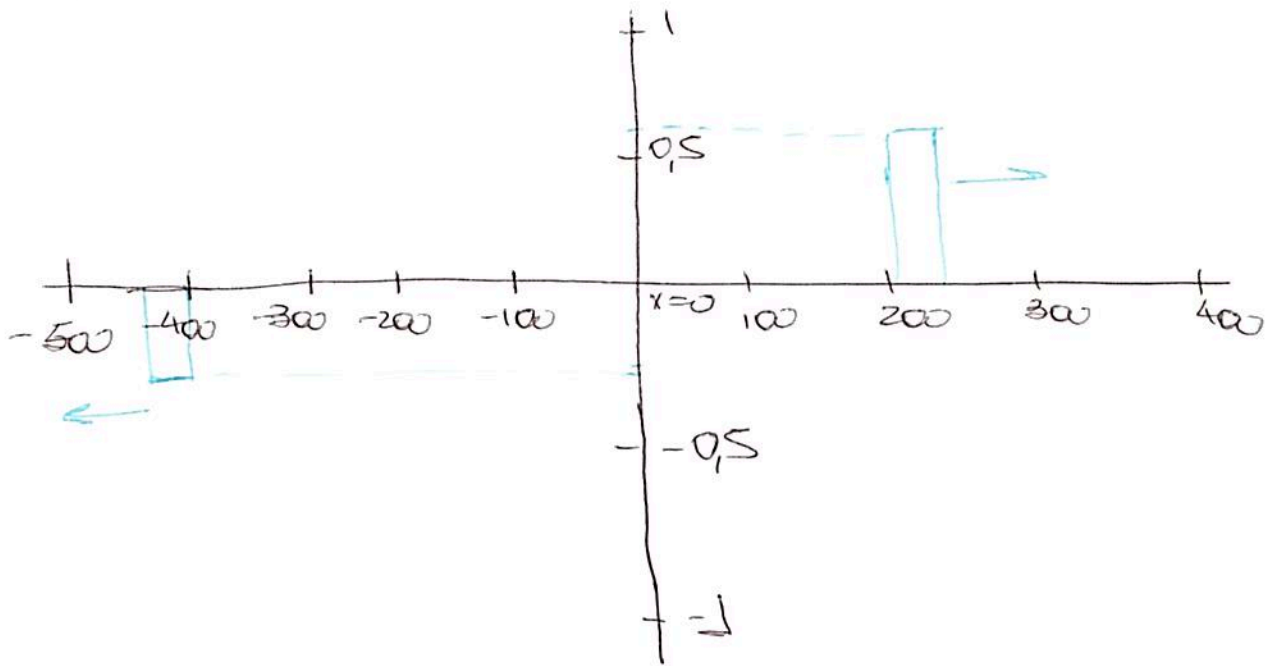
$$NR = -402 \text{ m}$$

T a $t = 3 \text{ seg}$

$$x_f = x_i + v_2 t$$

$$x_f = 0 + 150(3 - 1)$$

$$x_f = 201 \text{ m}$$



El pulso no se reforma y q las ondas son No dispersi

e) Cada ω en la cuerda se propagará a vel \neq dado
 por la vel de dispersión; cada ω se multiplica con el
 R y T hallados. Para ello entonces debemos saber
 cuáles son las ω que componen el pulso realiza
 la transf de Fourier y aplicando R y T a el ω
 hallado en esa transformación